Aulas 5 e 6: Lançamento vertical, horizontal e oblíquo no vácuo

Lançamento vertical no vácuo

É um movimento uniformemente variado, cuja aceleração é a da gravidade:

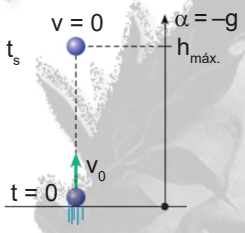
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$
$$v = v_0 + at$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$
$$a = \pm g$$

α = +g (orientação da trajetória para baixo)
α = – g (orientação da trajetória para cima)
Subida: movimento retardado
Descida: movimento acelerado
Ponto mais alto: mudança de sentido (v = 0)

Tempo de subida (t_s)

$v = 0$ em $v = v_o - g \cdot t$

$$0 = v_0 - g \cdot t_s \Rightarrow \boxed{t_s = \frac{v_0}{g}}$$



Tempo de descida (t_d)

$$\boxed{t_d = t_s}$$

Tempo total (t_T)

$$\boxed{t_T = t_s + t_d = \frac{2v_0}{g}}$$

Altura máxima ($h_{máx.}$)

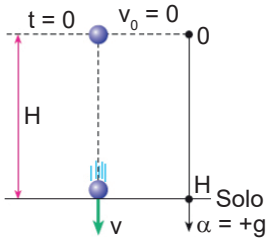
$v = 0$ em $v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s$

$$0 = v_0^2 - 2gh_{máx.} \Rightarrow \boxed{h_{máx.} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

Tempo de queda (t_q)

$s = H$ em $s = \frac{1}{2}gt^2$ $(s_o = 0; v_o = 0)$

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_q^2 \Rightarrow \boxed{t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}}$$



Velocidade ao atingir o solo (v)

$\Delta s = H$ em $v^2 = 2g \cdot \Delta s$

$$v^2 = 2gH \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gH}}$$

Lançamento horizontal e oblíquo no vácuo

O lançamento horizontal no vácuo, nas proximidades da superfície terrestre, pode ser considerado como sendo a composição de dois movimentos.

- Movimento vertical: queda livre.

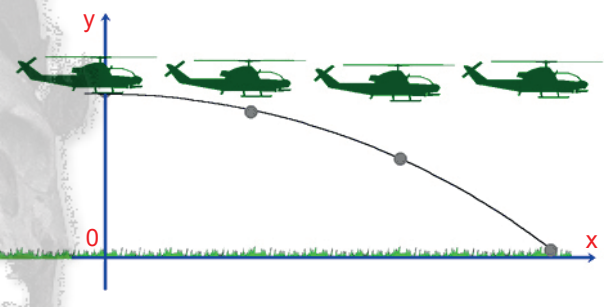
$$s = \frac{gt^2}{2} \text{ e } v_y = gt \text{ (eixo orientado para baixo)}$$

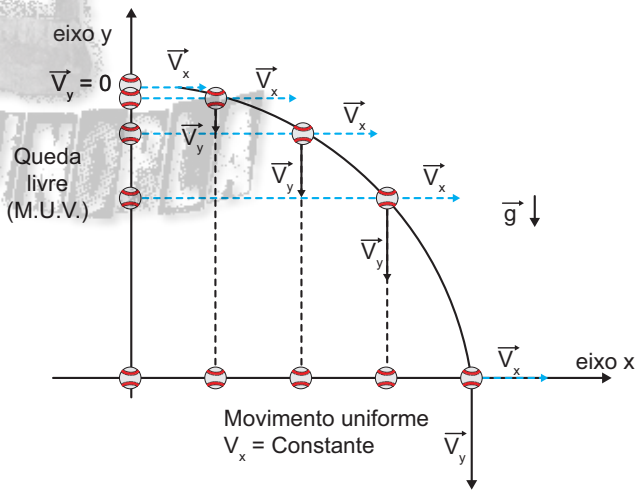
- Movimento horizontal: uniforme.

$$x = v_0 \cdot t$$

A velocidade resultante $\vec{v}$ do móvel é:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_y}$$





Tempo de queda

$$h = \frac{gt_q^2}{2} \Rightarrow \boxed{t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

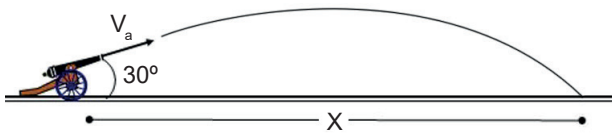
Alcance horizontal

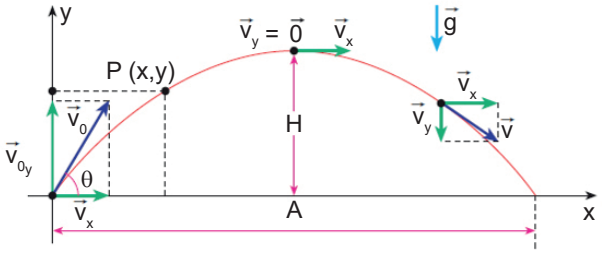
$$\boxed{A = v_0 \cdot t_q, \text{ em que } t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

040.959 - 158060/22

Lançamento oblíquo no vácuo

No lançamento oblíquo, um corpo descreve uma trajetória parabólica como resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: um movimento vertical uniformemente variado, cuja aceleração é a da gravidade, e um movimento horizontal uniforme.





$v_x = v_0 \cos\theta$

$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$

Movimento horizontal M.U.

$x = v_x \cdot t$

Movimento vertical M.U.V.

$$y = v_{0_y} \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_y = v_{0_y} + at^2$$

$$v_y^2 = v_{0_y}^2 + 2ay$$

$a = -g$ (eixo orientado para cima)

Tempo de subida

$$t_s = \frac{v_0 \cdot \operatorname{sen}\theta}{g}$$

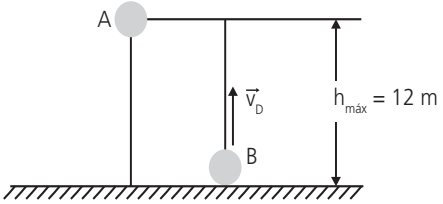
Alcance horizontal

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

Exercícios de Fixação

01. (EsPCEx) O campo gravitacional da Terra, em determinado ponto do espaço, imprime a um objeto de massa de 1 kg a aceleração de 5 m/s². A aceleração que esse campo imprime a um outro objeto de massa de 3 kg, nesse mesmo ponto, é de
A) 0,6 m/s²
B) 1 m/s²
C) 3 m/s²
D) 5 m/s²
E) 15 m/s²

02. (EsPCEx) Um corpo A é abandonado de um ponto situado a 12 m acima do solo. No mesmo instante, um corpo B é lançado do solo verticalmente de baixo para cima, com velocidade inicial v_0, e atinge a altura máxima de 12 m. Desprezando a resistência do ar, considerando g = 10 m/s² e chamando, respectivamente, v_A e v_B os módulos das velocidades dos corpos A e B quando se localizam a 6 m de altura do solo, o valor da razão v_A/v_B é
A) – 1/4
B) 0
C) 1/4
D) 1
E) 2



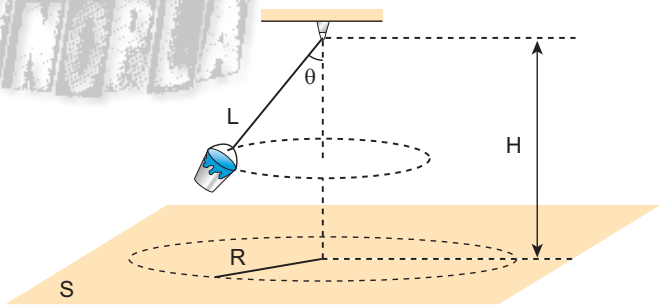
03. (EsPCEx) Um balão sobe verticalmente, em movimento retilíneo e uniforme, com velocidade escalar de 10 m/s. Quando ele está a 20 m do solo, uma pedra é abandonada do balão. A altura máxima, em relação ao solo, atingida pela pedra é
Dado: Adote g = 10 m / s² (despreze a resistência do ar).
A) 25,0 m
B) 31,25 m
C) 21,0 m
D) 22,5 m
E) 20 m

04. (EsPCEx) Em um local onde a aceleração da gravidade é constante e igual a 10 m/s², um corpo entra em queda livre com velocidade inicial nula, caindo de uma altura **h**.

No último segundo da queda, o corpo percorre três quartas partes do deslocamento total (**h**). O tempo total da queda é de
A) 2 s
B) 3 s
C) 4 s
D) 5 s
E) 6 s

05. (EsPCEx) Um menino abandona uma pedra de um ponto situado a 125 m do solo. Um segundo mais tarde, ele arremessa verticalmente para baixo, do mesmo ponto, uma segunda pedra. Ambas as pedras chegam ao solo ao mesmo tempo. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², pode-se afirmar que a velocidade com que o menino arremessou a segunda pedra foi de
A) 10,30 m/s
B) 10,50 m/s
C) 11,25 m/s
D) 12,50 m/s
E) 13,45 m/s

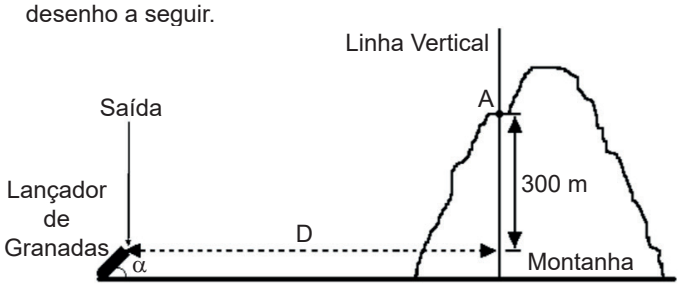
06. (Aman) Um pequeno balde contendo água é preso a um leve e inextensível fio de comprimento **L**, tal que L = 0,50 m, sendo afixado a uma altura (**H**) de 1,0 m do solo (**S**), como mostra a figura. À medida que o balde gira em uma circunferência horizontal com velocidade constante, gotas de água que dele vazam atingem o solo formando um círculo de raio **R**. Considerando 10 m/s² o módulo da aceleração devida à gravidade e θ = 60°, o valor de **R** será, em metros,



A) $\frac{\sqrt{17}}{5}$
B) $\frac{\sqrt{11}}{4}$
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{\sqrt{21}}{4}$
E) $\frac{4}{5}$

040.959 - 158060/22

07. (EsPCEx) Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância **D** da linha vertical que passa por um ponto **A**. Esse ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho a seguir.

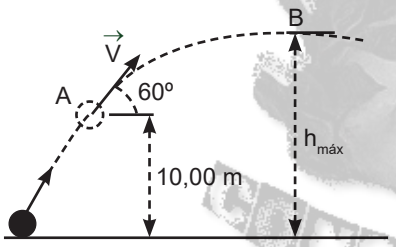


A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100 m/s e forma um ângulo α com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s² e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto **A**, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância **D** deve ser de

Dados: cos α = 0,6
sen α = 0,8

A) 240 m
B) 360 m
C) 480 m
D) 600 m
E) 960 m

8. (Efomm) Uma bola é lançada obliquamente e, quando atinge a altura de 10 m do solo, seu vetor velocidade faz um ângulo de 60° com a horizontal e possui uma componente vertical de módulo 5,0 m/s. Desprezando a resistência do ar, a altura máxima alcançada pela bola foi de



Dado: g = 10 m/s².
A) 45/4
B) 40/3
C) 42/5
D) 45/3
E) 42/7

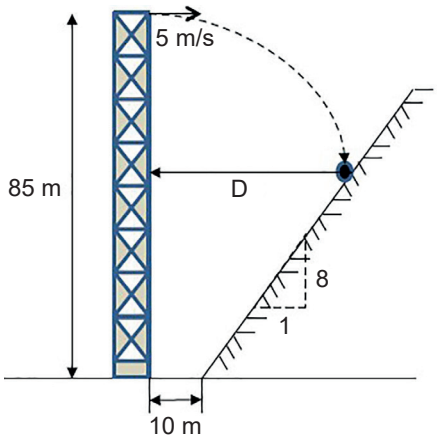
9. (Efomm) Uma experiência de queda livre foi realizada em um prédio residencial para determinar sua altura. Com a área de queda isolada, a equipe do teste se posicionou no alto do prédio de onde foi largado um objeto com velocidade inicial nula. O cronômetro da equipe registrou o tempo de aproximadamente 3 s, contado desde a largada do objeto até o som do impacto do objeto no chão ser ouvido pela equipe. Foi decidido que o tempo de propagação do som e o atrito do objeto com o ar seriam desprezados no experimento.

Considerando g = 10 m/s² e a velocidade do som 340 m/s, assinale de modo correto a opção que indica, respectivamente, o valor aproximado da altura do prédio determinada pelo experimento e, para esse valor determinado, o tempo aproximado correspondente à propagação do som.

A) 45 m e 0,13 s.
B) 25 m e 0,23 s.
C) 20 m e 0,13 s.
D) 45 m e 0,45 s.
E) 35 m e 0,45 s.

10. (Efomm) Uma bola do topo de uma torre de 85 m de altura com uma velocidade horizontal de 5,0 m/s (ver figura). A distância D, em metros, entre a torre e o ponto onde a bola atinge o barranco (plano inclinado), vale

Dado: g = 10 m/s².



A) 15
B) 17
C) 20
D) 25
E) 28

11. (EsPCEx) Um corpo de massa 4 kg está em queda livre no campo gravitacional da Terra e não há nenhuma força dissipativa atuando. Em determinado ponto, ele possui uma energia potencial, em relação ao solo, de 9 J, e sua energia cinética vale 9 J. A velocidade do corpo, ao atingir o solo, é de

A) 5 m/s
B) 4 m/s
C) 3 m/s
D) 2 m/s
E) 1 m/s

12. (AFA) Uma pequena esfera é abandonada em queda livre, de uma altura de 80 m, em relação ao solo. Dois segundos após, uma segunda esfera é atirada, verticalmente para baixo. Despreze a resistência do ar e considere g = 10 m/s². A fim de que as esferas atinjam o solo no mesmo instante, a velocidade de lançamento da segunda esfera, em m/s, deve ser

A) 15
B) 20
C) 25
D) 30

13. (AFA) Considere as afirmações abaixo:

I. Um corpo, mesmo estando acelerado, pode possuir, em um determinado instante, velocidade nula;
II. Duas bolas são lançadas ao espaço, a partir da mesma altura. Uma é lançada verticalmente para cima, e a outra, verticalmente para baixo, com as velocidades iniciais de mesmo módulo. A bola lançada para baixo chega ao solo com a componente vertical da velocidade de maior que a da bola lançada para cima;
III. Observando da Terra um avião em voo horizontal, a trajetória de um objeto solto do avião será sempre uma linha curva.

São verdadeiras
A) somente I.
B) somente II.
C) II e III.
D) I, II e III.

14. (UFSCar-SP) Uma pedra cai de uma altura **h** e os últimos 196 m são percorridos em 4,0 s. Desprezando a resistência do ar e fazendo g = 10 m/s², calcule **h**.

A) 130 m
B) 238 m
C) 86 m
D) 200 m
E) 120 m

040.959 - 158060/22

15. (Olimpíada Brasileira de Física) Uma pessoa está na sacada de um prédio e joga uma pedra verticalmente para cima com velocidade inicial de módulo $\mathbf{v_0}$. Depois, ela joga uma segunda pedra, só que agora verticalmente para baixo, com o mesmo módulo de velocidade $\mathbf{v_0}$. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que, em relação à situação em que elas estão chegando ao chão, a pedra jogada para cima terá
A) a mesma aceleração que a jogada para baixo, mas velocidade maior em módulo.
B) a mesma aceleração que a jogada para baixo, mas velocidade menor em módulo.
C) a mesma aceleração e velocidade que a jogada para baixo.
D) a mesma velocidade que a jogada para baixo, mas uma aceleração maior em módulo.
E) a mesma velocidade que a jogada para baixo, mas aceleração menor em módulo.

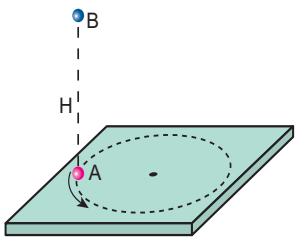
16. De uma janela de um edifício, a 60,0 m de altura, uma pedra **A** é lançada verticalmente para cima com velocidade escalar de 19,6 m/s, no instante $t_0 = 0$, em que se inicia a contagem do tempo. Decorridos 3 s, uma outra pedra **B** é abandonada no mesmo local. Desprezando a influência do ar e considerando $g = 9{,}8\ m/s^2$, podemos afirmar que o instante em que a pedra **A** passa pela pedra **B** é de
A) 4,5 s
B) 2 s
C) 3,5 s
D) 3 s
E) 4 s

17. De um helicóptero descendo verticalmente a 6 m/s é abandonada uma esfera de aço, que demora 2 s para chegar ao solo. Considerando livre a queda da esfera, calcule a altura de onde ela foi abandonada ($g = 10\ m/s^2$).
A) 40 m
B) 45 m
C) 32 m
D) 25 m
E) 64 m

18. Um bloco de chumbo cai do topo de uma torre. Considerando desprezível a influência do ar e sendo **g** a intensidade do campo gravitacional, calcule a distância percorrida pelo bloco durante o enésimo segundo de queda livre.
A) $d = g \cdot (2n - 1)/2$
B) $d = (2n - 1)$
C) $d = g/2$
D) $d = g \cdot (2n - 1)/5$

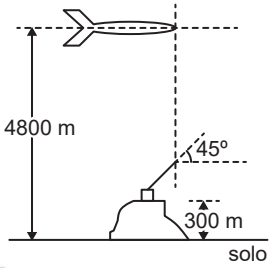
19. De um telhado caem gotas de chuva separadas por intervalos de tempo iguais entre si. No instante em que a quinta gota se desprende, a primeira toca o solo. A distância que separa as duas últimas gotas consecutivas, nesse instante, sabendo que a altura do telhado é de 16 m, vale (despreze o ar e considere $g = 10\ m/s^2$)
a) 2 m
b) 1 m
c) 6 m
d) 8 m
e) 3 m

20. Uma bolinha **A** encontra-se em movimento circular e uniforme de frequência igual a 30 rpm, em um plano horizontal. Uma outra bolinha **B** é abandonada a partir do repouso, de uma altura **H**, em um instante em que **A** e **B** estão na mesma vertical.



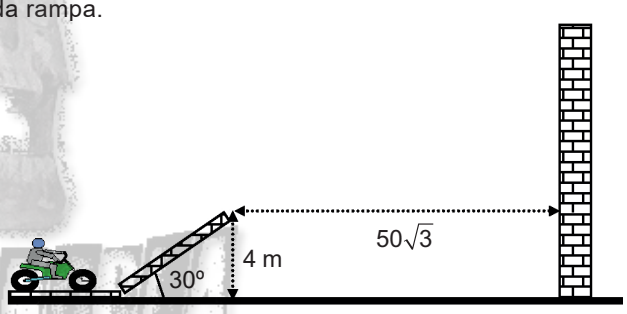
Desprezando a influência do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine os valores de **H** para que a bolinha **B** acerte a bolinha **A**.
A) $n^2 \cdot (20\ m)$
B) $n \cdot (10\ m)$
C) n
D) $n^2 \cdot (m)$

21. (IME) Um míssil, viajando paralelamente à superfície da Terra com velocidade de 180 m/s, passa sobre um canhão à altura de 4800 m, no exato momento em que seu combustível acaba. Nesse instante, o canhão dispara a 45° e atinge o míssil. O canhão está no topo de uma colina de 300 m de altura. Sabendo que a aceleração local da gravidade é $g = 10\ m/s^2$, determine a altura da posição de encontro do míssil com a bala do canhão, em relação ao solo. Despreze a resistência do ar.



A) 2500 m
B) 1675 m
C) 1800 m
D) 2350 m
E) 1980 m

22. (AFA) Um audacioso motociclista deseja saltar de uma rampa de 4 m de altura e inclinação 30° e passar sobre um muro (altura igual a 34 m) que está localizado a $50\sqrt{3}$ m do final da rampa.



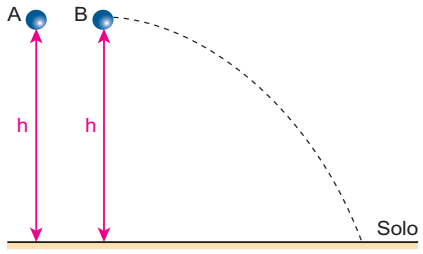
Obs.: o desenho está fora de escala.

Para conseguir o desejado, a velocidade mínima da moto no final da rampa deverá ser igual a
A) 144 km/h
B) 72 km/h
C) 180 km/h
D) 50 km/h

23. Da superfície da Terra, dá-se um tiro de canhão com ângulo de tiro θ_0 (ascendente) e velocidade v_0 (na boca do canhão). Desprezando os efeitos do ar, é incorreto afirmar que
A) a velocidade do projétil varia de ponto a ponto da trajetória, mas tem componente horizontal invariável.
B) na Lua, com o mesmo θ_0 e a mesma v_0, o alcance horizontal seria maior.
C) aumentando-se θ_0 (de 0 a 90°), a flecha da trajetória (altura máxima) aumenta.
D) entre a boca do canhão e o vértice da trajetória, qualquer plano horizontal é atravessado duas vezes com velocidades de módulos iguais.
E) o alcance horizontal depende da massa do projétil.

040.959 - 158060/22

24. De uma mesma altura **h** e no mesmo instante t = 0, uma bola **A** é abandonada a partir do repouso, e outra bola, **B**, é lançada horizontalmente.



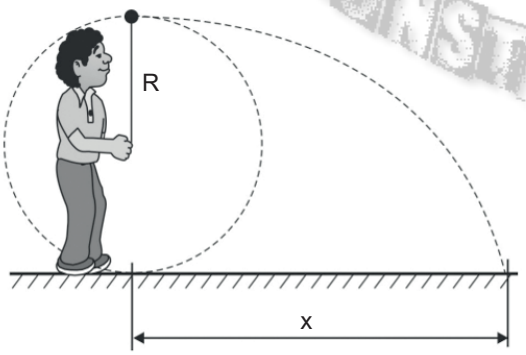
As bolas **A** e **B** atingem o solo nos instantes t_A e t_B, com velocidades de módulos v_A e v_B, respectivamente. Desprezando influências do ar, é correto afirmar que

A) $t_A = t_B$ e $v_A = v_B$
B) $t_B > t_A$ e $v_B > v_A$
C) $t_B > t_A$ e $v_B = v_A$
D) $t_A = t_B$ e $v_B > v_A$
E) $t_A = t_B$ e $v_B < v_A$

25. (Olimpíada Brasileira de Física) Dois rapazes brincam de tênis na praia. Um deles dá uma raquetada na bola a 2,45 m de altura e esta sai horizontalmente com velocidade de 72 km/h. Qual deve ser a velocidade mínima do outro rapaz, situado inicialmente 20,3 m à frente do primeiro, para que consiga aparar a bola antes que ela bata na areia? (Adote g = 10 m/s²)

A) 9 m/s
B) 4 m/s
C) 6 m/s
D) 8 m/s
E) 2 m/s

26. (AFA) Um garoto, que se encontra em repouso, faz girar, com velocidade constante, uma pedra de massa **m** presa a um fio ideal. Descrevendo uma trajetória circular de raio R num plano vertical, essa pedra dá diversas voltas, até que, em um dado instante, o fio arrebenta e ela é lançada horizontalmente, conforme ilustra a figura a seguir.

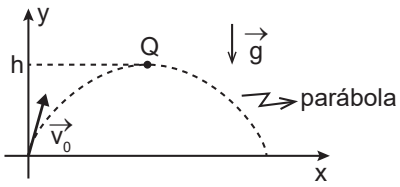


Sujeita apenas à aceleração da gravidade **g**, a pedra passou, então, a descrever uma trajetória parabólica, percorrendo uma distância horizontal **x** equivalente a 4R.

A tração experimentada pelo fio toda vez que a pedra passava pelo ponto onde ele se rompeu era igual a

A) mg
B) 2 mg
C) 3 mg
D) 4 mg

27. (AFA) Uma partícula de massa **m** é lançada obliquamente com velocidade v_0 próxima à superfície terrestre, conforme indica a figura a seguir. A quantidade de movimento adquirida pela partícula no ponto Q, de altura máxima, é



A) mv_o

B) $m\sqrt{2gh}$

C) $m\sqrt{\frac{v_0^2}{2} - gh}$

D) $m\sqrt{v_0^2 - 2gh}$

28. (AFA) Durante um jogo de basquetebol, um jogador arremessa a bola com velocidade inicial de 10 m/s formando um ângulo de 30° acima da horizontal. Sabendo-se que a altura do cesto é 3,05 m e que o lançamento foi feito de uma altura de 2 m, a distância horizontal, em metros, do jogador ao cesto, para que ele consiga fazer os pontos sem o auxílio da tabela, deverá ser aproximadamente

A) 2,02
B) 4,00
C) 6,09
D) 7,05

29. (AFA) Um avião, sobrevoando em linha reta uma planície com velocidade 720 km/h e a uma altura de 2000 metros, deixa cair um objeto. Desprezando-se a resistência do ar, a que distância, em metros, do ponto diretamente abaixo do avião, no momento da queda, o objeto atingirá o solo?

A) 200
B) 720
C) 2000
D) 4000

30. (AFA) Um objeto é lançado obliquamente ao ar com ângulo de lançamento θ. Sabendo-se que o alcance máximo foi 122,5 m, qual sua velocidade inicial de lançamento, em m/s?

Dado: Considere g = 10 m/s².

A) 10
B) 12,5
C) 35
D) 49,5

040.959 - 158060/22

Resoluções

01.

i) Será visto nas aulas 20 e 21 (Gravitação) que o módulo da força de atração gravitacional que a terra exerce nos corpos é $\boxed{FG = \frac{GMm}{d^2}}$, onde:

G = constante gravitacional; M = massa da Terra;
m = massa do corpo; d = distância entre a Terra e o corpo.

ii) Sendo FG a única força que a Terra exerce nos corpos devido ao campo gravitacional (Supondo que o corpo e a Terra não estejam em contato), concluímos que ela é a força resultante, logo:

$FG = F_{resultante} \rightarrow \frac{GMm}{d^2} = ma \rightarrow \boxed{a = \frac{GM}{d^2}}$

Aceleração causada pelo campo gravitacional, conhecida como gravidade.

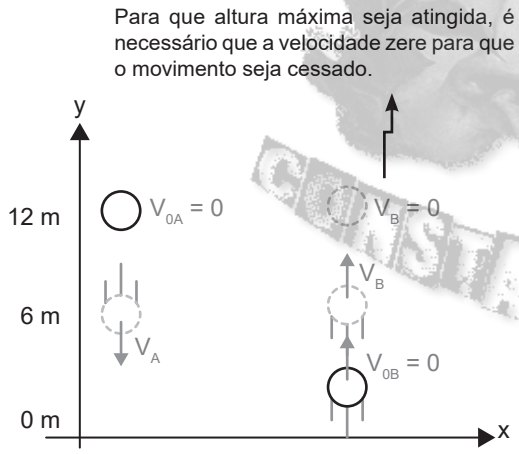
iii) Observe que, de acordo com o passo ii), a aceleração que o campo gravitacional exerce nos corpos depende apenas da massa da Terra e da distância que os corpos estão dela.

iv) A massa da Terra é constante e os corpos de 1 kg e 3k estão no mesmo ponto, ou seja, possuem a mesma distância da Terra. Portanto, como G, M e d são os mesmos para os dois corpos, concluímos que ambos sentem a mesma aceleração, ou seja, a aceleração que o campo gravitacional exerce no corpo de 3 kg é 5 m/s².

Resposta: D

02.

i) Adotando um sistema de eixos coordenados x0y, temos:



ii) Por meio da equação de Torricelli, podemos encontrar os valores de V_A e V_B:

- $V_A^2 = V0A^2 + 2(-g)(6m - 12m)$ (Posição final / Posição inicial)
  $\rightarrow V_A^2 = (0)^2 + 2(-10)(-6) \rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{120}\ m/s}$

* Sinal negativo porque o vetor gravidade está com sentido contrário ao sentido positivo do eixo **y**.

- Corpo B · $(V_B'^2) = V_B^2 + 2a\Delta S \rightarrow (0)^2 = V_B^2 + 2\ (-g)$ $(12\ m - 6\ m) \rightarrow 0 = V_B^2 - 120 \rightarrow V_B = \sqrt{120}\ m/s$

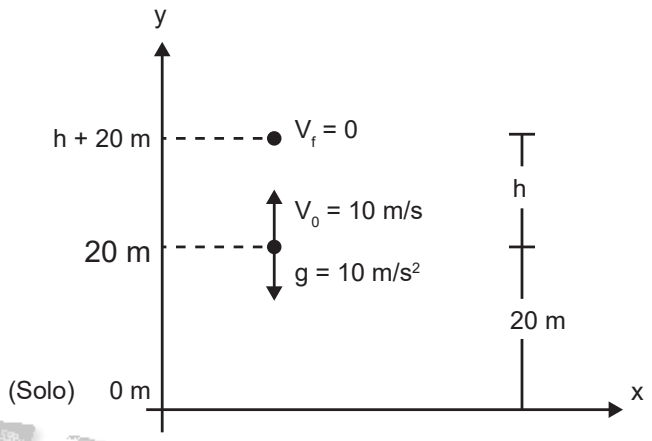
iii) Valor da razão $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\sqrt{120}}{\sqrt{120}} = 1 \rightarrow \boxed{\frac{V_A}{V_B} = 1}$

Resposta: D

03.

i) Observe que a pedra, no começo, sobe junto com o balão com uma velocidade de 10 m/s. Ao ser abandonada do balão, por inércia, ela tende a continuar subindo com uma velocidade de 10 m/s, porém, devido a gravidade, ela irá sofrer uma desaceleração de 10 m/s².

ii) Baseado no passo i) e adotando um sistema de eixos coordenado x0y:



Observe que, para a pedra atingir a altura máxima, ela deve ser desacelerada até a velocidade dela zerar.

iii) Utilizando a equação de Torricelly, é possível encontrar o valor da altura h que a pedra irá subir após ser abandonada do balão.

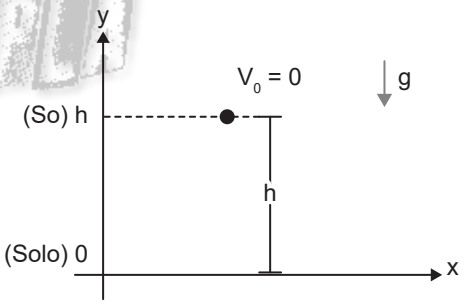
$Vf^2 = V_o^2 + 2a\Delta S \rightarrow (0)^2 = (10)^2 + 2 \cdot (-10)\ [(h + 20) - 20] \rightarrow$
$0 = 100 - 20 \cdot h \rightarrow \boxed{h = 5m}$

iv) Em relação ao solo, a alta máxima atingida equivale a soma dos 20 metros iniciais mais os 5 metros que a pedra subiu. Portanto, a altura máxima atingida, em relação ao solo é 25 metros.

Resposta: A

04.

i) Adotando um sistema de coordenadas x04, podemos escrever a função horária do espaço para o corpo.



$S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$

$S = h + 0t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$\boxed{S = h - \frac{1}{2}gt^2}$ Função horária do espaço

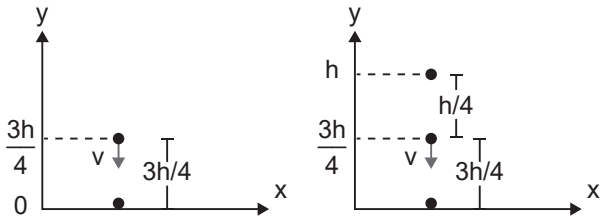
040.959 - 158060/22

ii) Seja T o tempo total de queda do corpo, concluímos que, após T, o corpo irá ter atingido o ponto 0, ou seja, o solo.

$$S = h - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow 0 = h - \frac{1}{2} g T^2 \rightarrow \boxed{h = \frac{1}{2} g T^2} \ (I)$$

iii) No último segundo de queda, o corpo percorre uma distância de $\frac{3}{4} h$. Baseado nisso, antes do último segundo de queda, o corpo percorre uma distância de $\frac{h}{4}$ durante um intervalo de tempo de (T – 1) segundos.

No último segundo: Durante (T–1) segundos



$$S = h - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow \frac{3h}{4} = h - \frac{1}{2} g (T-1)^2 \rightarrow$$

$$\frac{h}{4} = \frac{1}{2} g (T^2 - 2T + 1) \rightarrow \boxed{h = 2g(T^2 - 2T + 1)} \ (II)$$

iv) (I) = (II):

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = 2g (T^2 - 2T + 1) \rightarrow T^2 = 4T^2 - 8T + 4 \rightarrow$$

$$\boxed{3T^2 - 8T + 4 = 0}$$

$$\rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 \rightarrow \Delta = 64 - 48 \rightarrow \Delta = 16 \rightarrow$$

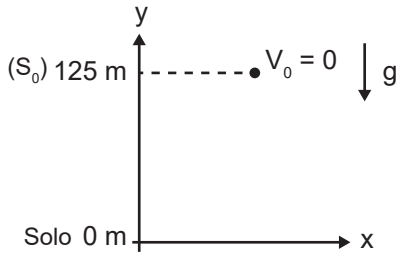
$$T = \frac{8 \pm 4}{6} \begin{cases} T = \frac{2}{3} s \ (\text{absurdo, pois } T - 1 < 0) \\ \text{ou} \\ \boxed{T = 2 s} \end{cases}$$

Resposta: A

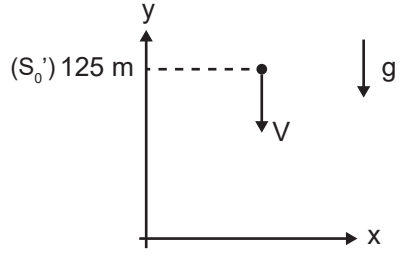
05.

i) Adotando um sistema de coordenadas x0y, temos:

- Primeira pedra:



- Segunda pedra:



ii) Por meio da função horária do espaço, podemos calcular o tempo de queda tq da primeira pedra.

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 0 = 125 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} (-g) (tq)^2 \rightarrow$$

$$0 = 125 - \frac{10}{2} tq^2 \rightarrow \boxed{tq = 5 s}$$

iii) A segunda pedra é jogada 1 segundo depois da primeira e chega junto com ela ao solo. Portanto, para isso ocorrer, o tempo de queda tq da segunda pedra é 4 segundos.

iv) Por meio da função horária do espaço, podemos calcular o V da 2ª pedra:

$$S' = S_0' + V_0' t' + \frac{1}{2} a (t')^2 \rightarrow$$

$$0 = 125 + (-V)(tq') + \frac{1}{2} (-g) (tq')^2 \rightarrow$$

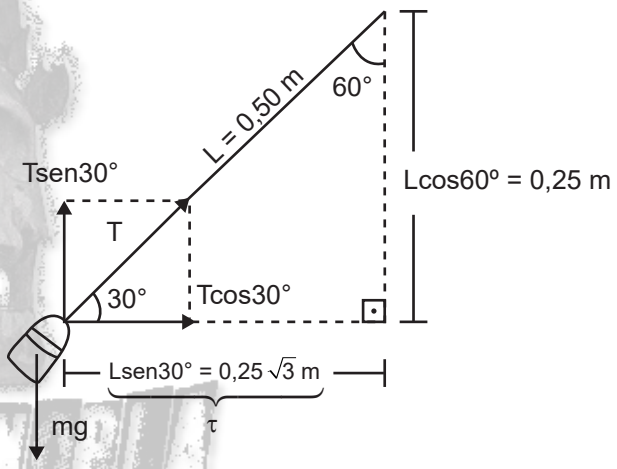
$$\rightarrow 0 = 125 - 4V - \frac{10}{2} (4)^2 \rightarrow 0 = 125 - 4V - 5 \cdot 16$$

$$\rightarrow 0 = 125 - 4V - 80 \rightarrow \boxed{V = 11{,}25 \ m/s}$$

Resposta: C

06.

i) De acordo com a figura do enunciado, para o balde, temos que:



Observe que o balde não se mexe na vertical, logo há um equilíbrio de forças nesse eixo. Portanto:

- $T \operatorname{sen} 30º = mg \rightarrow \boxed{\frac{T}{2} = mg}$

ii) A componente da tração, Tcos30º, irá atuar como uma força resultante centrípeta (Aula 13 – Dinâmica de movimento circular), logo:

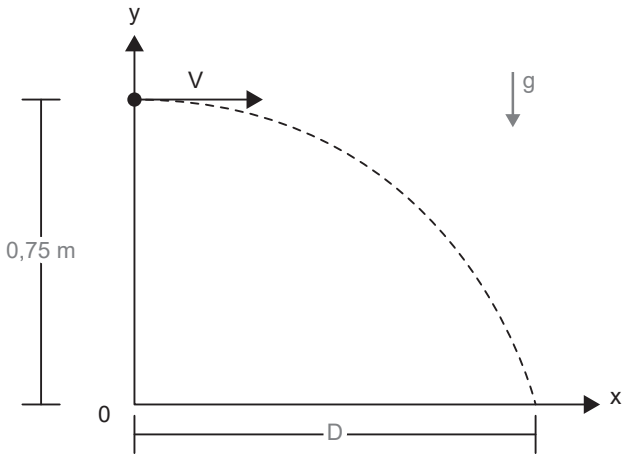
$$T \cos 30º = \frac{mV^2}{\Gamma} \rightarrow \frac{T\sqrt{3}}{2} = \frac{mV^2}{\Gamma} \rightarrow \begin{cases} T/2 = mg \\ \Gamma = 0{,}25\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow$$

$$mg\sqrt{3} = \frac{mV^2}{0{,}25\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{V = \sqrt{7{,}5} \ m/s}$$

iii) Observe que V é o calor do vetor velocidade do balde, que é perpendicular a trajetória circular. Como a água está dentro do balde, implica que ela possui o mesmo vetor V, ou seja, a gota, ao sair do balde, é lançada com uma velocidade de calor V.

040.959 - 158060/22

iv) Calculando o deslocamento D para a gota, após o lançamento, no eixo **x**:



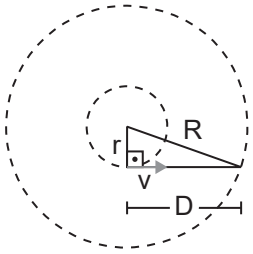
- No eixo y: $S = S_0 + V_0y \cdot t + \frac{1}{2}at^2$

$$0 = 0{,}75 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10)t^2 \rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{3}{20}}\,s}$$

- No eixo x: $S = S_0 + V_0x \cdot t$

$$D = 0 + V \cdot t \rightarrow D = \underbrace{\sqrt{\frac{15}{2}}}_{\sqrt{7{,}5}} \cdot \sqrt{\frac{3}{20}} \rightarrow \boxed{D = \sqrt{\frac{9}{8}}\,m}$$

v) Observando o lançamento da gota "por cima" temos:



- Por Pitágoras:

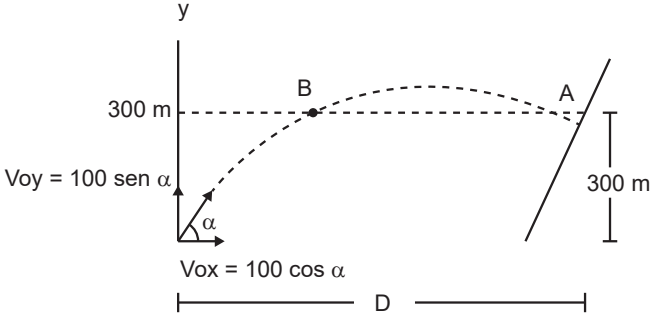
$$R^2 = \Gamma^2 + D^2 \rightarrow R^2 = \underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}_{(0{,}25\sqrt{3})^2} + \left(\sqrt{\frac{9}{8}}\right)^2$$

$$R^2 = \frac{3}{16} + \frac{9}{8} \cdot \frac{2}{2} \rightarrow R^2 = \frac{3}{16} + \frac{18}{16} \rightarrow \boxed{R = \frac{\sqrt{21}}{4}\,m}$$

Resposta: D

07.

i) De acordo com o enunciado, para o eixo y, temos:



$$y = y_0 + V_0y \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y = 0 + 100 \cdot \underset{\swarrow}{\text{sen}\alpha} \cdot 0{,}8 \cdot t + \frac{1}{2}(-10) \cdot t^2$$

$\boxed{y = 80t - 5t^2}$ Função horária do Espaço no eixo y

ii) Quando a partícula atingir a altura de 300 m:
$300 = 80t - 5t^2 \rightarrow 5t^2 - 80t + 300 = 0\ (\div 5) \rightarrow$

$\boxed{t^2 - 16t + 60 = 0} \rightarrow \Delta = (16)^2 - 4(1)(60)$

$$\rightarrow \Delta = 16 \rightarrow t = \frac{16 \pm 4}{2} \begin{cases} t = 6\,s \\ \text{ou} \\ \boxed{t = 10\,s} \end{cases}$$

t = 6 s equivale ao instante em que a granada atinge o ponto B, ou seja, antes da passagem pela maior altura. Por isso, t = 6 s não é válido.

iii) No eixo x: $x = x_0 + v_0x \cdot t \rightarrow D = 0 + 100 \cdot 0{,}6 \cdot 10 \rightarrow$

$\boxed{D = 600\ m}$

Resposta: D

08.

i) No eixo **y**, de acordo com a figura do enunciado, temos as seguintes funções horárias do espaço e da velocidade, partindo do ponto A:

$$\begin{cases} y = y_0 + V_0y \cdot t + \frac{at^2}{2} \\ Vy = V_0y + at \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 10 + 5t - \frac{10t^2}{2} \\ Vy = 5 - 10t \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 10 + 5t - 5t^2\ (I) \\ Vy = 5 - 10t\ (II) \end{cases}$$

ii) A altura máxima é atingida quando Vy = 0, logo, de acordo com (II):
$Vy = 5 - 10t \rightarrow 0 = 5 - 10t \rightarrow$ $\boxed{t = 0{,}5\ s}$

iii) De acordo com a equação (I) e com o tempo obtido no passo ii), é possível encontrar a altura máxima (hmáx).

$$y = 10 + 5t - 5t^2 \rightarrow hmáx = 10 + 5(0{,}5) - 5(0{,}5)^2 \rightarrow$$

$$hmáx = 10 + 5\left(\frac{5}{10}\right) - 5\left(\frac{5}{10}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow hmáx = 10 + \frac{25}{10} - \frac{125}{100} \rightarrow$$

$$hmáx = 10 + \frac{5}{2} - \frac{5}{4} \rightarrow hmáx = 10\left(\frac{4}{4}\right) + \frac{5}{4} \rightarrow \boxed{hmáx = \frac{45}{4}\,m}$$

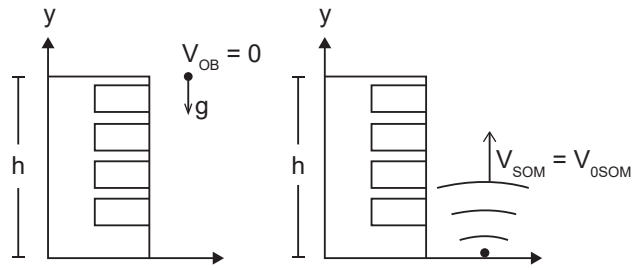
Resposta: A

040.959 - 158060/22

09.

i) Adotando um sistema de eixos coordenados x0y, temos:

• Queda da Bola • Subida do som



ii) Funções horárias do espaço para a bola e o som:

$$Y_B = Y_{0B} + V_{0B}t + \frac{1}{2}at^2 \quad Y_B = h + 0t + \frac{1}{2}(-10)t \quad Y_B = h - 5t \quad (I)$$

$$Y_{SOM} = Y_{0SOM} + V_{0SOM}t \quad Y_{SOM} = 0 + 340t \quad Y_{SOM} = 340t \quad (II)$$

iii) Seja t_1 o tempo de queda da bola e t_2 o tempo que o som demora para chegar ao topo do prédio, por meio de (I) e (II), temos que:

$$\begin{cases} 0 = h - 5t_1^2 & h = 5t_1^2 \quad (III) \\ h = 340t_2 & h = 340t_2 \quad (IV) \end{cases}$$

iv) De acordo com o enunciado, o tempo de propagação do som no ar será desprezível em relação ao tempo de queda da bola, ou seja, t_1 3s. Baseado nisso e utilizando (III), temos:

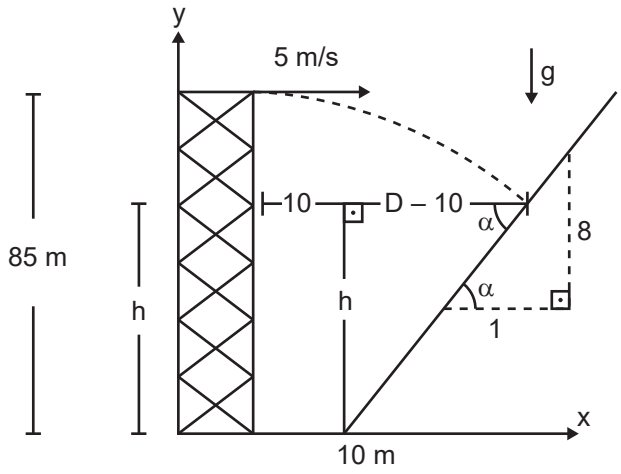
$h = 5t_1^2 \rightarrow t_1 \approx 3s \rightarrow h = 5(3)^2 = 5 \cdot 9 \rightarrow$ **h = 45 m**

v) Substituindo **h** em (IV): $h = 340t^2 \rightarrow$ **$t_2 \approx 0{,}13$ s**

Resposta: A

10.

i) Baseado na figura do enunciado e adotando um sistema de eixos coordenados x_0y, temos que:



• Valor de **h**:

$$tg\alpha = \frac{8}{1} = \frac{h}{D-10}$$

$$\rightarrow \boxed{h = 8(D-10)} \quad (I)$$

• Função horária do espaço em **y**:

$$y = y_0 + V_{\not 0}{}^0 yt + \frac{at^2}{2} \rightarrow \boxed{y = 85 - 5t^2} \quad (II)$$

ii) Função horária do espaço no eixo x:

$x = x_0 + V_0x \cdot t \rightarrow x = 0 + 5 \cdot t \rightarrow$ **x = 5t**

iii) Quando a bola chega em D, temos: **D = 5t**

iv) Substituindo (I) e (III) em (II):

$y = 85 - 5t^2 \rightarrow h = 85 - 5t^2 \rightarrow 8D - 80 = 85 - 5t^2 \rightarrow$

$\rightarrow 5t^2 + 8D - 165 = 0$

$\rightarrow 5t2 + 8 \cdot 5t - 165 = 0 \ (\div 5) \rightarrow$ **$t^2 + 8t - 33 = 0$** $\rightarrow$

$\Delta = (8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-33) \rightarrow \Delta = 196$

$$\rightarrow t = \frac{-8 \pm 14}{2} \begin{cases} t = -11\,s \text{ (Absurdo, pois } t < 0 \text{ não tem sentido físico)} \\ \text{ou} \\ \boxed{t = 3\,s} \end{cases}$$

v) De acordo com (III): $D = 5t \rightarrow D = 5 \cdot 3 \rightarrow$

D = 15 metros

Resposta: A

11.

i) Observe que, de acordo com o enunciado da questão, o nível referencial adotado para medir a energia mecânica (Em) do corpo é o solo. Isso implica que, quando o corpo chegar no solo, ele terá energia potencial igual a zero.

ii) Como não há força dissipativa atuando no corpo, implica que não há nada que faça a partícula perder energia, ou seja, a energia mecânica sempre será a mesma para qualquer ponto que ela ocupe.

iii) Aplicando o princípio da conservação de energia, podemos encontrar a velocidade que o corpo possui ao atingir o solo.

iv) $Em_{inicial} = Em_{final} \rightarrow \underbrace{9\,J}_{Epotinicial} + \underbrace{9J}_{Euninicial} \rightarrow = E_{potfinal} + E_{cinética\ final}$

$\rightarrow E_{potfinal} = 0$ (O solo é o nível referencial) $\rightarrow$

$18J = 0J + E_{cinéticafinal}$

$$\rightarrow 18\,J = \frac{mvf^2}{2} \rightarrow 18\,J = \frac{4kg}{2}vf^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9\left(\frac{m}{s}\right)^2 vf^2 \rightarrow \boxed{vf = 3m/s}$$

Obs.: Para uma melhor compreensão dessa questão, recomendo dar mais uma lida na aula 16, aonde será abordado o assunto "Energia".

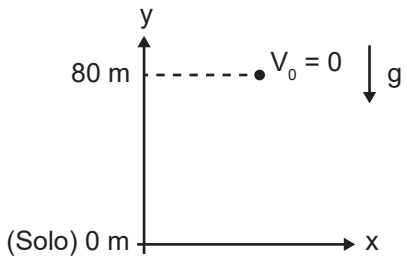
Resposta: C

040.959 - 158060/22

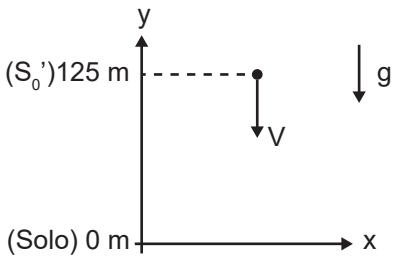
12.

i) Adotando um sistema de coordenadas x0y, temos:

• Primeira Esfera:



• Segunda Esfera:



ii) Por meio da função horária do espaço, podemos calcular o tempo de queda **tq** da primeira esfera:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0 = 80 + 0t + \frac{1}{2}(-g)(tq)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 80 - \frac{10}{2}tq^2 \rightarrow \boxed{tq = 4\,s}$$

iii) A segunda esfera é jogada 2 segundos depois da primeira e chega junto com ela ao solo. Portanto, para isso ocorrer, o tempo tq' da segunda esfera é 2 segundos.

iv) Por meio da função horária do espaço, podemos calcular o V da 2ª esfera:

$$S' = S_0' + V_0' t + \frac{1}{2}a\left(t'\right)^2 \rightarrow$$

$$0 = 80 + \left(-v\right)\left(tq'\right) + \frac{1}{2}\left(-g\right)\left(tq'\right)^2 \rightarrow$$

$$0 = 80 - 2v - \frac{10}{2}\left(2\right)^2$$

$$\rightarrow 0 = 80 - 2V - 20 \rightarrow 60 = 2V$$

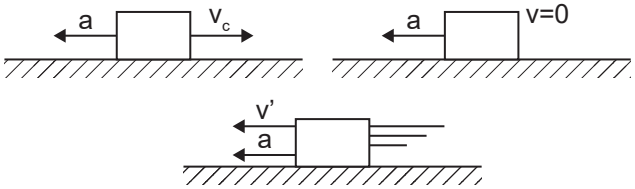
$$\rightarrow \boxed{V = 30\ m/s}$$

Resposta: D

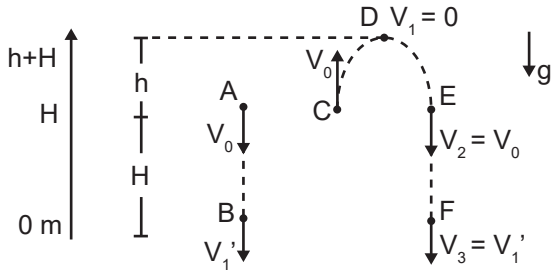
Obs.: Essa questão é semelhante ao exercício de fixação 05.

13.

i) Verdadeiro. Suponha um corpo com uma velocidade inicial de módulo V_0 e uma aceleração de módulo a e sentido contrário ao vetor velocidade. Essa aceleração irá, inicialmente, zerar a velocidade desse corpo e, após isso, ela irá acelerar o corpo (M.U.V Retardado – Aulas 1 e 2).



ii) Falso. Observe que, a bola que foi lançada para cima irá sofrer uma desaceleração da gravidade até ela zerar o módulo da velocidade. Após isso, a mesma bola será acelerada pela gravidade e chegará a posição inicial com o mesmo módulo da velocidade inicial, porém com sentido contrário ao inicial. Partindo da posição inicial com uma velocidade que possui o mesmo módulo da inicial, porém com o sentido contrário, a bola que foi lançada para uma irá percorrer a mesma aceleração. Portanto, a bola que foi lançada para cima chegará ao solo com uma velocidade igual a bola que foi lançada para baixo chegou ao solo.



Todas as velocidades representadas no desenho são as velocidades do eixo vertical (Eixo y).

• $A \rightarrow B: (-V_1')^2 = (-V_0')^2 + 2(-g)[0 - H] \rightarrow (V_1')_2 = V_0^2 + 2gH$

• $C \rightarrow D: (V_1)^2 = (V_0)^2 + 2(-g)[(H + h) - H] \rightarrow V_1 = V_0^2 - 2gH$

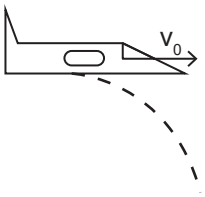
$\rightarrow \boxed{V_2 = V_0}$ (Em módulo)

• $D \rightarrow E: (-V_2)^2 = (V_1)_2 + 2(-g)[H - (H + h)] \rightarrow$
$V_2^2 = V_1^2 + 2gH \rightarrow V_1 = 0$

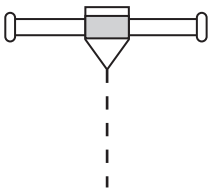
• $E \rightarrow F: (-V_3)^2 = (-V_2)^2 + 2(-g)[0 - H] \rightarrow$
$V_3^2 = V_2^2 + 2gH \rightarrow V_3^2 = V_0^2 + 2gH \rightarrow \boxed{V_3 = V_0}$

iii) Falso. Se observarmos o avião de perfil, iremos ver uma trajetória de linha curva, porém, se olharmos o avião de frente, de uma distância muito grande (Para não percebermos o objeto se aproximando), perceberemos uma trajetória em linha reta.

Avião de perfil



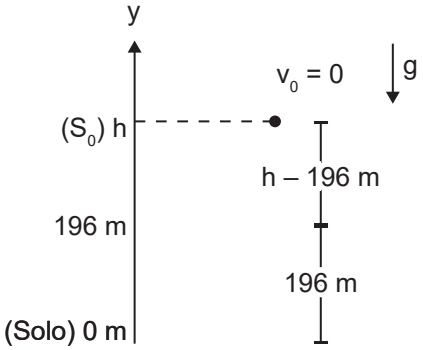
Avião de frente



Resposta: A

14.

i) Adotando um sistema de coordenadas x_0y, podemos escrever a função horária para o corpo:



040.959 - 158060/22

$$S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$S = h + 0t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$\boxed{S = h - 5t^2}$$

- Se a pedra cai, implica que no início ela estava parada, por isso $V_0 = 0$

ii) Seja T o tempo total de queda do corpo, concluímos que, após T, o corpo irá atingir o ponto 0 m, ou seja, o solo.

$S = h - 5t^2 \rightarrow 0 = h - 5T^2 \rightarrow \boxed{h = 5T^2}$ (I)

iii) Se o corpo leva um tempo T para sair de **h** e chegar em 0 m(solo) e um tempo de 4 segundos para sair de 196 metros e chegar em 0 m. Implica que o corpo levará um tempo de T – 4 segundos para sair de **h** e chegar em 196 m.

iv) $S = h - 5t^2 \rightarrow 196 = h - 5(T-4)^2 \rightarrow 196 = h - 5T^2 + 40T - 80$

$\rightarrow \boxed{5T^2 - 40T + 276 = h}$ (I)

v) Substituindo (I) em (II):

$\cancel{5T^2} - 40T + 276 = \cancel{5T^2} \rightarrow \boxed{T = 6{,}9\ s}$ (III)

vi) Substituindo (III) em (I): $h = 5t^2 \rightarrow h = 5(6,9)^2 \rightarrow h = 5\,(47{,}61)$

$\rightarrow \boxed{h = 238{,}05\ m}$

Resposta: B

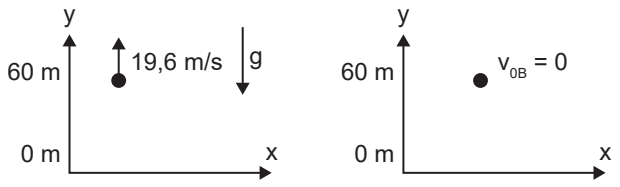
15. Observe que a situação proposta nessa questão é a mesma do exercício de fixação 13 (item II). Portanto, baseado na explicação do item II da questão 13, concluímos a pedra jogada para cima terá a mesma aceleração e velocidade que a jogada para baixo.

Resposta: C

16.

i) Adotando um sistema de coordenadas x_0y, temos:

No instante $t_0 = 0$ (Pedra A) Decorrido 3 s (Pedro B)



ii) Como a pedra B é abandonada 3 s após a pedra A iniciar o movimento dela, implica que, ao escrevermos as funções horárias do espaço para as pedras, para cada instante T da pedra A, devemos descontar 3 s para a pedra B, devido ao atraso dela, pois, para cada T segundos que a pedra A se movimentou, a pedra B se movimentou apenas durante T –3 segundos.

iii) Escrevendo as funções horárias do espaço para as pedras:

$$\begin{cases} 5_A = S_0A + V_0A\ t + \frac{1}{2}at^2 \\ 5_B = S_0B + V_0at + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5_A = 60 + 19{,}6 + \frac{(-9{,}8)}{2}(T)^2 \\ 5_B = 60 + 0 + \frac{(-9{,}8)}{2}(T-3)^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5_A = 60 + 19{,}6t - \\ \\ 5_B = 60\,(T-3)^2 \end{cases}$$

iv) As pedras irão se encontrar quando 5A = 5B, logo:

$5A = 5B \rightarrow 60 + 19{,}6T - 4{,}9t^2 = 60 - 4{,}9(T^2 - 6T + 9) \rightarrow$

$\cancel{60} + 19{,}6T - \cancel{4{,}9T^2} = \cancel{60} - \cancel{4{,}9T^2} + 29{,}41 - 44{,}1$

$\rightarrow 19{,}6T = 29{,}4T - 44{,}1 \rightarrow 9{,}8T = 44{,}1 \rightarrow \boxed{T = 4{,}5\ s}$

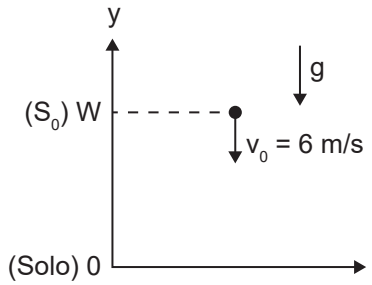
Instante que ocorre o encontro das pedras A e B. Ele foi contato no momento que A iniciou o movimento.

Resposta: A

17.

i) Inicialmente a esfera estar dentro do helicóptero, portanto, ela também está descendo verticalmente a 6 m/s. Ao ser abandonada, por causa da inércia, a pedra irá ter uma velocidade inicial de módulo igual a 6 m/s.

ii) Adotando um sistema de coordenadas x_0y, podemos escrever a função horária do espaço para a pedra:



$$S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$S = H + (-6)t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$\boxed{S = H - 6t - 5t^2}$$

iii) A esfera demora 2 s para chegar ao solo, logo:

$S = H - 6t - 5t^2 \rightarrow 0 = H - 6(2) - 5(2)^2$

$\rightarrow 0 = H - 12 - 20 \rightarrow \boxed{H = 32\ m}$

iv) Sendo H a altura que a esfera de aço foi abandonada, concluímos que ela foi abandonada de uma altura equivalente a 32 metros.

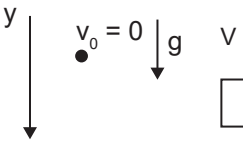
Resposta: C

040.959 - 158060/22

18.

i) Para evitar cair em um mar de contas, o melhor jeito de resolver essa questão é pela análise do gráfico v × T (Velocidade em função do tempo), pois a área desse gráfico equivale, numericamente, ao espaço percorrido pelo corpo.

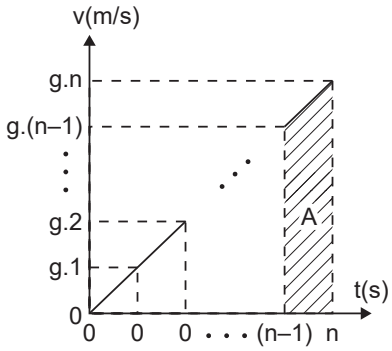
ii) Adotando um eixo **y** com sentido de cima para baixo, podemos escrever a função horária da velocidade para o bloco de chumbo.



$V = V_0 + at \rightarrow V = 0 + gt \rightarrow$

$\boxed{V = gt}$ Função horária da velocidade

iii) Observe que a função horária da velocidade é uma função linear (1º grau), portanto, para cada segundo de queda do chumbo, temos o seguinte gráfico:



iv) Observe que o enésimo segundo de queda e a variação de tempo entre os instantes (n – 1) e **n**. Portanto, a distância **d** percorrida pelo bloco durante o enésimo segundo de queda livre equivale, numericamente, à área hachurada de vermelho do gráfico desenhado no passo iii). Portanto, baseado nisso, temos:

$$A \cong d = \frac{[g(n-1)+gn][n-(n-1)]}{2} \rightarrow$$

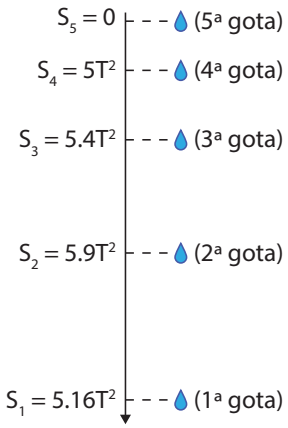
$$\Rightarrow d = \frac{(2gn-g)(1)}{2} \rightarrow \boxed{d = \frac{g(2n-1)}{2}}$$

Resposta: A

19.

i) Seja T os intervalos de tempo que as gotas caem do telhado e supondo que a 1ª gota caiu no instante igual a zero, ela chegará ao solo no instante 4T, pois serão liberadas 4 gotas depois dela em intervalos de tempo T.

ii) Adotando um eixo **y** com sentido de cima para baixo, podemos escrever a posição de cada gota baseado no tempo de movimento dela.



Todas as gotas partem do repouso (Velocidade inicial igual a zero) e caem durante intervalos de tempo diferentes. Por exemplo, a 1ª gota cai durante o intervalo de tempo 4T(4T – 0), enquanto que a 2ª gota cai durante 3T(4T – T).
Baseado nisso, temos a seguinte função horária do espaço para as gotas:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$$

$$S = 0 + 0(T_2 - T_1) + \frac{10}{2}(T_2 - T_1)$$

$$\rightarrow \boxed{S = 5(T_2 - T_1)^*}$$

* T_2 é o instante estudado no movimento (4T) e T_1 é o instante que a gota é liberada. Para um melhor entendimento, observe o intervalo de tempo da 1ª e da 2ª gota marcados no exemplo.

** Essas são as posições de cada gota no instante estudado no movimento (4T).

iv) No instante 4T, a 1ª gota está na posição 16 m, logo:

$$5 \cdot 16T^2 = 16 \rightarrow \boxed{T^2 = \frac{1}{5}}$$

v) A distância que separa as duas últimas gotas é a diferença de espaço entre a 4ª e a 5ª gota

$$S_4 - S_5 = \rightarrow 5T^2 - 0 = d \rightarrow 5\left(\frac{1}{5}\right) = d \rightarrow \boxed{d = 1\,m}$$

Resposta: B

20.

i) A frequência da bolinha A é 30 rpm, ou seja, em um minuto, essa bolinha realiza 30 voltas circulares. Em segundos, isso é:

$$f = 30\ rpm = \frac{30\ rotações}{1\ minuto} \rightarrow 1\ minuto = 60\ segundos \rightarrow$$

$$f = \frac{30\ rotações}{60\ segundos} \rightarrow \boxed{f = \frac{1\ rotação}{2\ segundos}}$$

ii) Baseado no resultado do passo i), o tempo que a bolinha A leva para dar 1 volta completa (sair e retornar para a posição inicial) é 2 segundos. Portanto, para a bolinha B acertar a bolinha A após 1 rotação de A, é necessário que o tempo de queda dela seja 2 segundos.

iii) Observe que, dependendo do calor de H, a bolinha A consegue dar mais de uma volta completa antes de ser atingida pela bolinha B. Portanto, supondo que a bolinha A der n voltas completas, será necessário que o tempo de queda da bolinha B seja 2n segundos para que ela consiga atingir a bolinha A.

iv) A bolinha B parte do repouso, logo temos que:

$$S_B = S_0 B + V_0 Bt + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow$$

$$S_B = H + 0t + \frac{(-10)}{2}t^2 \rightarrow \boxed{S_B = H - 5t^2}\ (\text{vertical})$$

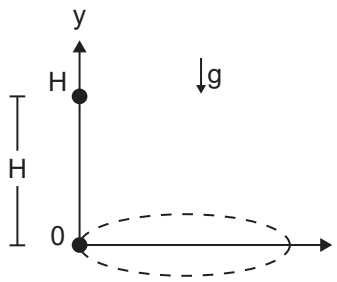
v) A bolinha A se encontra no ponto 0 m na hora da colisão, portanto:

$$S_B = H - St^2 \rightarrow 0 = H - 5(2n)^2 \rightarrow$$

$$0 = H - 20n^2 \rightarrow \boxed{H = n^2 \cdot (20\ m)}$$

↓ metro

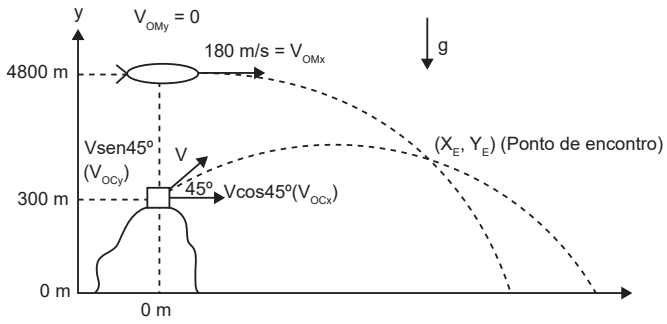
040.959 - 158060/22



Resposta: A

21.

i) Adotando um eixo de coordenadas x_0y, podemos escrever as funções horárias do espaço para o canhão e o míssil nesses dois eixos:



$$\text{míssil}: \begin{cases} Xm = X_0m + V_0mxt \\ Ym = Y_0m + V_0myt + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Xm = 0 + 180t \\ Ym = 4800 + 0t + \frac{1}{2}(-10)t^2 \end{cases}$$

$$\text{míssil}: \begin{cases} Xm = 180\,t \\ Ym = 4800 - 5t^2 \end{cases}$$

$$\text{bala do canhão}: \begin{cases} Xc = X_0c + V_0cx \cdot t \\ Yc = Y_0c + V_0cyt + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Xc = 0 + V\cos 45^\circ t \\ Yc = 300 + Vsen45t + \frac{1}{2}(-10)t^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Xc = V\cos 45^\circ t \\ Yc = 300.Vsen\,45^\circ t - 5t^2 \end{cases}$$

ii) Para que o míssil encontre a bala do canhão:

$$\begin{cases} X_E = X_M = X_C \quad (I) \\ Y_E = Y_M = Y_C \quad (II) \end{cases}$$

iii) Na igualdade (I):

$$X_E = X_M = X_C \rightarrow 180\cancel{t} = V\cos 45^\circ \cancel{t} \rightarrow 180 = \frac{V\sqrt{2}}{2} \rightarrow$$

$$V = 180\sqrt{2}\ m/s \quad (III)$$

iv) Substituindo (III) em (II):

$$Y_E = Y_M = Y_C \rightarrow 4800 - \cancel{5t^2} = 300 + Vsen\,45^\circ t - \cancel{5t^2}$$

$$\rightarrow 4800 = 300 + \left(180\cancel{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}\right)t \rightarrow 4500 = 180t \rightarrow$$

$\boxed{t = 25\ s}$ tempo de encontro

iv) Substituindo o valor de t = 25 s em YM ou YC, iremos encontrar a do míssil com a bala do canhão. Por facilidade de contas, iremos substituir o valor t = 25 s em YM. Logo:

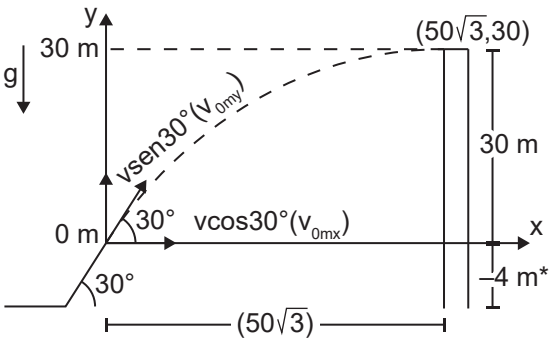
$$Y_M = Y_E \rightarrow Y_E = 4800 - 5(25)^2 \rightarrow$$

$$Y_E = 4800 - 5 \cdot 625 \rightarrow \boxed{Y_E = 1675\ m}$$

Resposta: B

22.

i) Adotando um sistema de coordenadas x_0y no ponto final da rampa, podemos escrever as funções horárias do espaço para a moto nos eixos **x** e **y**.



* Sinal negativo porque está abaixo do eixo **x**, ou seja, na parte negativa de **y**.

$$\text{motociclista}: \begin{cases} Xm = X_0m + V_0mxt \\ Ym = Y_0m + V_0myt + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Xm = 0 + V\cos 30^\circ t \\ Ym = 0 + Vsen30^\circ t + \frac{1}{2}(-10)t^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Xm = V\cos 30^\circ t \\ Ym = V\,sen30^\circ t - 5t^2 \end{cases}$$

ii) A velocidade mínima ocorre quando a moto passa sobre o muro tangenciando ele, ou seja, "em cima do muro". Portanto, para que isso ocorra:

$$\rightarrow \begin{cases} Xm = 50\sqrt{3}\,m \\ Ym = 30\,m \end{cases}$$

iii) • $Xm = 50\sqrt{3}\,m \rightarrow 50\sqrt{3} \rightarrow V\cos 30^\circ t \rightarrow$

$$50\cancel{\sqrt{3}} = V\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2}t \rightarrow \boxed{t = \frac{100}{V}}$$

• $Ym = 30\ m \rightarrow 30 = \cancel{V}\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{100}{\cancel{V}}\right) - 5\left(\frac{100}{V}\right)^2 \rightarrow$

$$30 = 50 - 5\cdot\frac{10000}{V^2} \rightarrow \boxed{V = 50\ m/s}$$

iv) Convertendo m/s para km/h:

$$v = 50\frac{m}{s} = 50 \cdot 3{,}6\frac{km}{h} \rightarrow \boxed{V = 180\ km/h}$$

Resposta: C

040.959 - 158060/22

23.

A) Verdadeiro. O eixo horizontal não possui aceleração, portanto, como não há nada que altere a componente horizontal da velocidade, ela é invariável. O eixo vertical possui a aceleração gravitacional, portanto, a velocidade vertical é alterada em todos os instantes do movimento e, por essa razão, a velocidade do projétil (soma vetorial das componentes horizontal e vertical) varia de ponto a ponto na trajetória.

B) Verdadeiro. No eixo vertical, a velocidade da bola do canhão é $V = V_0 \cos\theta - gt$. Quando a bola atinge a altura máxima, ela gasta um tempo de $t = \frac{V_0 \text{sen}\theta_0}{g}$. O tempo de subida é igual ao de descida, portanto, o tempo total de movimento é $T_T = \frac{2V_0 \text{sen}\theta_0}{g}$. Na horizontal, o espaço percorrido pela bola do canhão é dado por $x = V_0 \cos\theta \cdot t$. Substituindo o tempo de movimento, obtemos o alcance horizontal da bola, ou seja,

$$A = V_0 \cos\theta\left(\frac{2V_0 \text{sen}\theta_0}{g}\right) \rightarrow A = \frac{V_0^2(2\text{sen}\cos_0)}{g}$$

$$\rightarrow \text{sen}(2\theta_0) = 2\,\text{sen}\,\theta_0 \cos\theta_0 \,(\text{trigonometria}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{A = \frac{V_0^2 \text{sen}(2\theta_0)}{g}}$$

Observe que o V_0 e o senθ são os mesmos para a Terra e para a lua, portanto, o alcance horizontal depende apenas do valor da gravidade. observe que, quanto maior for a gravidade, menor é o alcance e que a gravidade da Terra é maior do que a lua. Portanto, na lua, com o mesmo θ_0 e a mesma velocidade V_0, e alcance horizontal será maior.

C) Verdadeiro. Supondo um objeto que é lançado obliquamente, temos que a função horária dele no eixo Y é

$$Y = Y_0 + V_0 + V_0 \text{sen}\theta_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow Y = 0 + V_0 \text{sen}\theta_0 t - \frac{g}{2}t^2$$

$$\rightarrow \boxed{Y = V_0 \text{sen}\theta_0 t - \frac{gt^2}{2}}$$

podemos encontrar a altura máxima do objeto, que é

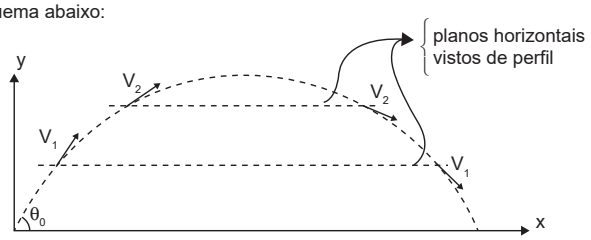
$$Y = V_0 \text{sen}\theta_0\left(\frac{V_0 \text{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{V_0 \text{sen}\theta_0}{g}\right)^2$$

$$\rightarrow Y = \frac{V_0^2 \,\text{sen}^2\,\theta_0}{g} - \frac{1}{2}\left(\frac{V_0^2 \text{sen}^2\theta_0}{g}\right) \rightarrow \boxed{Y = \frac{V_0^2 \,\text{sen}^2\,\theta_0}{g}}$$

De acordo com o círculo trigonométrico, de 0 a 90º, o calor de senθ_0 aumenta, portanto, a flecha da trajetória (altura máxima) aumenta.

D) Verdadeiro. O lançamento oblíquo é um movimento simétrico, ou seja, os módulos das velocidades que são observados na subida são iguais aos módulos das velocidades que são observados na descida. O módulo da velocidade da subida é igual ao módulo da velocidade da descida no mesmo ponto da vertical, portanto é possível atravessar um plano horizontal nesse ponto e garantir que ele é atravessado duas vezes com velocidades de módulos iguais. Observe o esquema a seguir:

esquema abaixo:



E) Falso. Foi demonstrado no item b que o alcance é $\frac{V_0^2 \text{sen}(2\theta_0)}{g}$, ou seja, ele depende apenas da velocidade V_0, do ângulo θ_0, de lançamento em relação a horizontal e da gravidade. Portanto, o alcance não depende da massa do projétil.

Resposta: E

24.

i) Observe que, no eixo Y, no instante t = 0, os dois corpos são abandonados do repouso e irão cair de uma mesma altura **h**. Baseado nisso, concluímos que $t_A = t_B$, pois os dois corpos irão partir do repouso e serão acelerados pela mesma aceleração (gravidade) em uma mesma altura de queda e chegarão ao solo com a mesma velocidade final vertical V_y.

ii) Apenas o corpo B possui movimento no eixo horizontal, ou seja, além da componente vertical V_y da velocidade, o corpo B possui uma componente horizontal V_x. Portanto, a velocidade total de B é a soma cetorial de V_x e V_y.

iii) Como o corpo B possui a mesma velocidade do corpo A na vertical e, além disso, possui velocidade na horizontal somando vetorialmente com ela, concluímos que a velocidade total de B(V_B) é maior que a de A (V_A), pois $V_B = \sqrt{Vx^2 + Vy^2}$ e $V_A = \sqrt{Vy^2}$ e $Vx^2 + Vy^2 > Vy^2$.

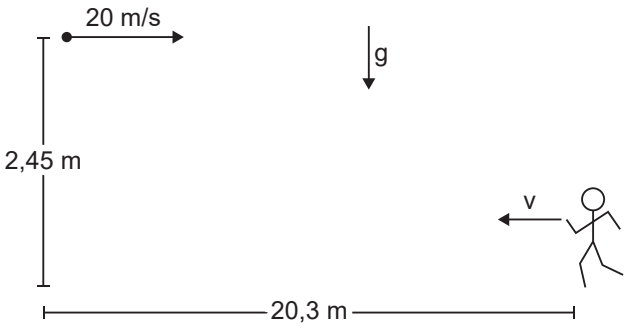
Resposta: D

25.

i) Convertendo km/h para m/s:

$$V = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72}{3{,}6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{V = 20\ \text{m/s}}$$

ii) De acordo com o enunciado, temos:



iii) Na condição de velocidade mínima, o rapaz irá pegar a bola no momento que ela estiver bem pertinho da areia, ou seja, após ela cair 2,45 metros.

040.959 - 158060/22

iv) Podemos calcular o tempo de movimento da bola por meio do tempo de queda dela.

$$Y = 2{,}45 + 0t + \frac{(-10)}{2}t^2 \rightarrow Y = 2{,}45 - 5t^2$$

$$\rightarrow 0 = 2{,}45 - 5t^2 \rightarrow 2{,}45 = 5t^2 \rightarrow t = 0{,}7\,s$$

v) Durante esse tempo, a bola sofre o seguinte deslocamento na horizontal:

$$X = X_0 + 20t \rightarrow X = 20(0{,}7) \rightarrow \boxed{X = 14\ m}$$

vi) Em 0,7 s, a bola percorreu 14 m dos 20,3 m de separação entre ela e o rapaz. Portanto, para que o rapaz pegue a bola antes que ela toque o chão, ele deverá percorrer os 6,3 m restantes em 0,7 segundos.

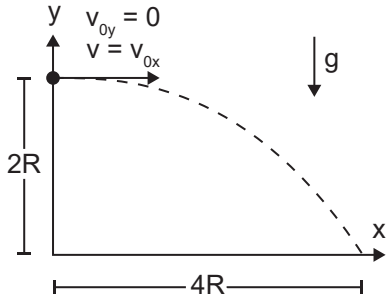
vii) Velocidade mínima (V):

$$V = \frac{6{,}3\ m}{0{,}7\,s} = \frac{6{,}3\ m}{7\,s} \rightarrow \boxed{V = 9\ m/s}$$

Resposta: A

26.

i) Após o rompimento de fio, a pedra sofrerá um lançamento horizontal. Baseado nisso e adotando um sistema de coordenadas x_0y, podem encontrar as funções horárias do espaço para a pedra nos eixos **x** e **y**.



$$\begin{cases} X = X_0 + V_0x\,t \\ Y = Y_0 + V_0yt + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} X = 0 + Vt \\ Y = 2R + 0t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} X = V\,t \qquad (I) \\ Y = 2R - \frac{1}{2}gt^2 \quad (II) \end{cases}$$

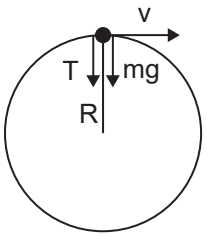
ii) O tempo que a pedra leva para cair da altura 2R é o mesmo para percorrer a distância horizontal 4R, logo:

- $X = Vt \rightarrow 4R = V \cdot t \rightarrow \boxed{t = \frac{4R}{V}}$

- $Y = 2R - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = 2R - \frac{1}{2}g\left(\frac{4R}{V}\right)^2 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{16R^2}{V^2} = 2R \rightarrow \boxed{V^2 = 4Rg}$$

iii) Antes do fio arrebentar, a força centrípeta (ou resultante centrípeta) era responsável por fazer a pedra descrever a trajetória circular. Portanto, antes do fio arrebentar, no ápice da trajetória, temos que:



$$T + mg = \frac{mV^2}{R} \rightarrow T + mg = \frac{m}{R}(4Rg)$$

$$\rightarrow T + mg = 4mg \rightarrow \boxed{T = 3\,mg}$$

Resposta: C

27.

i) A função horária da velocidade para a partícula, no eixo **y**, baseado na figura do enunciado, é $V_y = V_0y - gt$.

ii) A partícula irá chegar na altura máxima quando $V_y = 0$. Portanto, o tempo para que isso ocorra é:

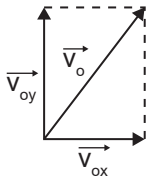
$$Vy = V_0y - gt \rightarrow 0 = V_0y - gt \rightarrow \boxed{t = \frac{V_0y}{g}}$$

iii) A função horária do espaço para a partícula, no eixo **y**, baseado no enunciado é $Y = V_0yt - \frac{g}{2}t^2$. Substituindo o valor de **t** nessa função, podemos encontrar o valor de V_0y.

$$Y = V_0yt - \frac{g}{2}t^2 \rightarrow h = V_0y\left(\frac{V_0y}{g}\right) \cdot \frac{g}{2}\left(\frac{V_0y}{g}\right)^2 \rightarrow$$

$$h = \frac{V_0y^2}{g} - \frac{V_0y^2}{2g} \rightarrow h = \frac{V_0y^2}{2g} \rightarrow \boxed{V_0y^2 = 2gh}$$

iv) No início do lançamento, temos:



$$V_0^2 = V_0y^2 + V_0x^2$$

$$V_0^2 = 2gh + V_0x^2$$

$$V_0x = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$$

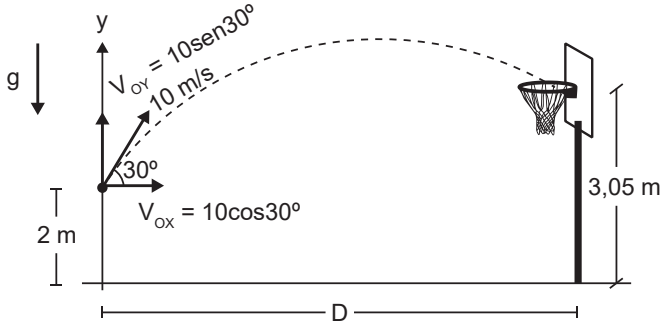
v) Será visto nas aulas 17, 18 e 19 (Impulso e quantidade de movimento) que quantidade de movimento é, em módulo, mV. Na altura máxima, a única velocidade atuante na partícula é V_0x. Portanto, na altura máxima, a quantidade de movimento atuante na partícula é mV_0x, ou seja, $m\sqrt{V_0^2 - 2gh}$.

Resposta: D

040.959 - 158060/22

28.

i) Adotando um sistema de coordenadas x_0y, podemos escrever as funções horárias do espaço para a bola nos eixo **x** e **y**.



$$\begin{cases} X = X_0 + V_0 x\, t \\ Y = Y_0 + V_0 y\, t + \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 10\cos 30^\circ t \\ Y = 2 + 10\,\text{sen}30^\circ t - 5t^2 \end{cases}$$

ii) Para que a bola chegue no cesto, é necessário que y = 3,05 m, logo:

$$3{,}05 = 2 + 10\,\text{sen}30^\circ t - 5t^2 \rightarrow$$

$$1{,}05 = 10\left(\frac{1}{2}\right)t - 5t^2 \rightarrow 1{,}05 = 5t - 5t^2$$

$$\rightarrow 5t^2 - 5t + 1{,}05 = 0\ (\div 5) \rightarrow t^2 - t + 0{,}21 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(0{,}21) = 0{,}16$$

$$\rightarrow t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{0{,}16}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \begin{cases} \boxed{0{,}7\,\text{s}} \\ 0{,}3\,\text{s} \left(\begin{array}{l}\text{Não pode ser esse, porque, nesse instante ,}\\ \text{a bola está na altura 3,05 m em movimento}\\ \text{ascendente e, para ela cair na cesta,}\\ \text{o movimento tem que ser descendente.}\end{array}\right) \end{cases}$$

iii) Para encontrar D, basta substituir t = 0,7 s em x = 10 cos 30ºt, logo:

$$x = 10\cos 30^\circ t \rightarrow$$

$$D = 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 0{,}7 \rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87 \rightarrow D = 10 \cdot 0{,}87 \cdot 0{,}7 \rightarrow \boxed{D \approx 6{,}09\ \text{m}}$$

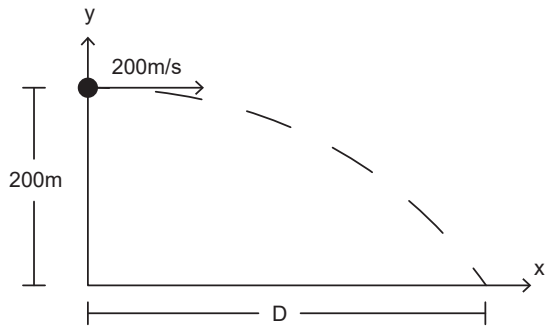
Resposta: C

29.

i) Convertendo km/h para m/s:

$$V_{avião} = 720 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{720}{3{,}6\ \text{s}} \rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{V_{avião} = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

ii) Devido à inércia, o objeto sairá do avião com a mesma velocidade dele, ou seja, V_0bj = 200 m/s. Baseado nisso e adotando um sistema de eixos x_0y, podemos escrever a função horária do espaço para o movimento do objeto nos eixos **x** e **y**.



$$\begin{cases} X = X_0 + V_0 x\, t \\ Y = Y_0 + V_0 y\, t + \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 200t \\ Y = 2000 - 5t^2 \end{cases}$$

iii) Tempo que o objeto leva para chegar ao solo:

$Y = 2000 - 5t^2 \rightarrow 0 = 2000 - 5t^2 \rightarrow t^2 = 400 \rightarrow$ $\boxed{t = 20\ \text{s}}$

iv) Substituindo o valor de t = 20 s em x = 200 t, podemos encontrar a distância horizontal percorrida pelo objeto desde o ponto diretamente abaixo do avião até o ponto em que o objeto atinge o solo, ou seja, a distância D.

$x = 200\ t \rightarrow D = 200 \cdot (20) \rightarrow$ $\boxed{D = 4000\ \text{m}}$

Resposta: D

30.

i) É visto neste módulo de estudos e é demonstrado na solução do exercício de fixação 23 que o alcance (A) de um objeto é $\boxed{A = \dfrac{V_0^2\,\text{sen}(2\theta)}{g}}$

ii) Observe que, quanto maior sen(2θ), maior o alcance. Portanto, para o alcance ser máximo, é necessário que sen(2θ), tenha o maior valor possível permitido, ou seja, sen(2θ) = 1.

iii) Baseado no enunciado da questão e no passo ii), temos que:

$$A = 122{,}5\,\text{m} \rightarrow 122{,}5 = \frac{V_0^2}{g} \cdot (1) \rightarrow 122{,}5 = V_0^2 = 1225$$

$$\rightarrow \boxed{V_0 = 35\ \text{m/s}}$$

Resposta: C

Gabarito

01	**02**	**03**	**04**	**05**
D	D	A	A	C
06	**07**	**08**	**09**	**10**
D	D	A	A	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	D	A	B	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
A	C	A	B	A
21	**22**	**23**	**24**	**25**
B	C	E	D	A
26	**27**	**28**	**29**	**30**
C	D	C	D	C

DIGITAÇÃO: ZILMAR – REVISOR: PEDRO CRUZ

040.959 - 158060/22